

# 北一女中 107 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

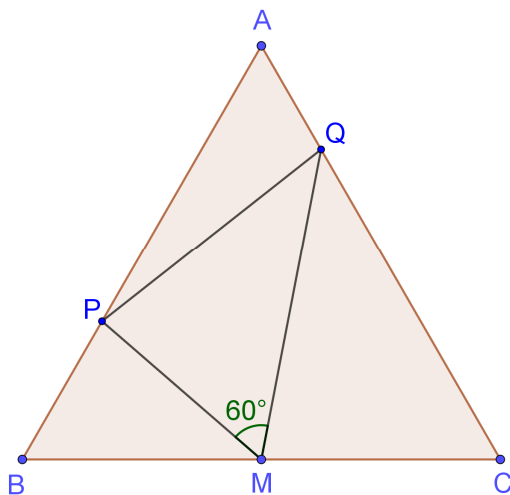
## 第三期題目：

2019 年 01 月 08 日下午 1 點鐘截止

3-1 已知正整數  $n$  使得  $2n+1$  是完全平方數，但  $2n+2, 2n+3, \dots, 3n+2$  都不是完全平方數。試求出所有滿足條件的  $n$  值。

3-2 已知  $x, y, z$  為非零實數，且滿足  $yz + \frac{1}{x} = zx + \frac{2}{y} = xy + \frac{7}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ ，  
試求  $x, y, z$  之值。

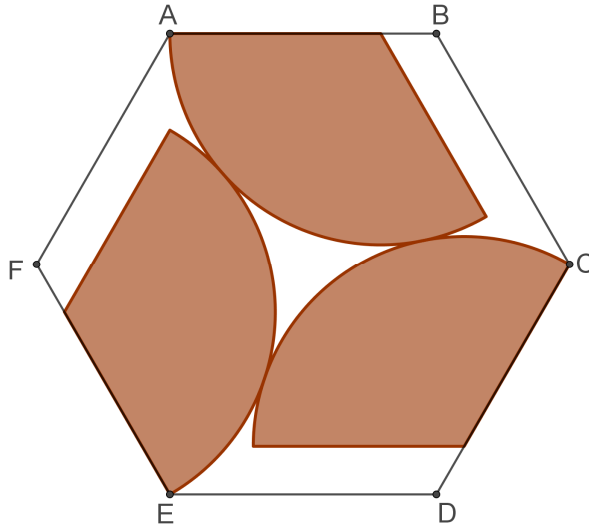
3-3 已知  $\triangle ABC$  為正三角形， $M$  為  $\overline{BC}$  的中點。點  $P$ 、點  $Q$  分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上  
且滿足  $\angle PMQ = 60^\circ$ ，連接  $\overline{PQ}$ 。請證明： $\overline{PQ} = \overline{BP} + \overline{CQ} - \frac{1}{2}\overline{BC}$ 。



3-4 已知  $f$  為三次實係數多項式且其常數項為 3。

若對於所有實數  $x$ ， $[x^3 - 2x + 1 - f(x)][2x^3 - 5x^2 + 4 - f(x)] \leq 0$  恆成立，  
試求所有滿足條件的函數  $f(x)$ 。

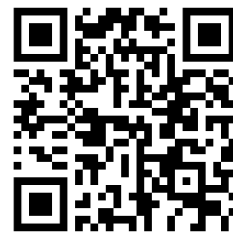
- 3-5 如下圖，將一個半徑為 1 的圓分割成 3 個全等的扇形，可以鑲嵌在一個正六邊形  $ABCDEF$  的內部，而且這 3 個扇形的圓弧恰好兩兩相切。試求正六邊形  $ABCDEF$  的邊長。



- 3-6 小綠有 100 張正方形卡片，每張卡片的邊長都是 1。已知每一張卡片的顏色都是紅色、綠色、藍色這 3 種顏色中的其中一種，而且每一種顏色的卡片都不超過 50 張。請證明：小綠一定能將這 100 張卡片排成一個  $10 \times 10$  的大正方形，使得同顏色的卡片不相鄰。

數戰數決網站

臉書粉絲專頁



請務必記得，每一期的徵答題在截止日期前

都不能在粉絲頁上討論喔！