

北一女中 107 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

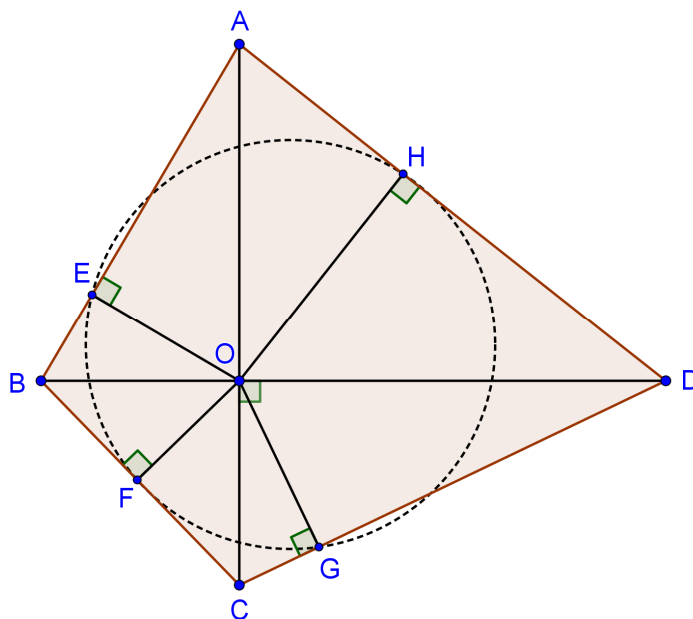
第二期題目：

2018 年 11 月 22 日下午 1 點鐘截止

2-1 已知 a, b, c 為實數且滿足 $(a+b+c)c < 0$ ，請證明： $b^2 > 4ac$ 。

2-2 如下圖，已知四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線互相垂直且交於點 O 。假設 O 點分別對 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{DA} 作垂線，且垂足分別為 E 、 F 、 G 、 H 。

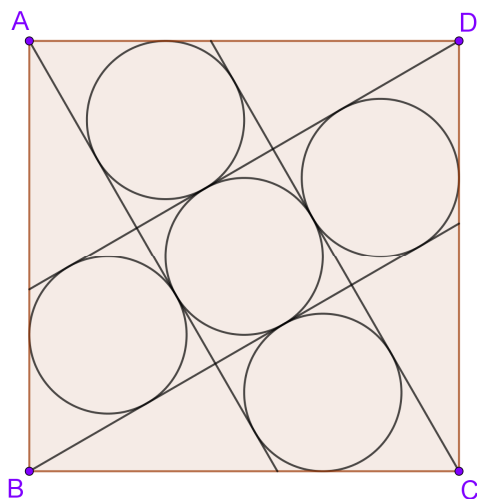
請證明： E 、 F 、 G 、 H 四點共圓。



2-3 已知 x, y, z 為均為非零實數且滿足
$$\begin{cases} x^2 + x = y^2 \\ y^2 + y = z^2 \\ z^2 + z = x^2 \end{cases},$$

請證明： $(x-y)(y-z)(z-x) = 1$ 。

- 2-4 如下圖，已知正方形 $ABCD$ 的邊長為 1，圖中的 5 個圓大小相等且均與某四個線段（正方形內部的線段或是正方形的邊）相切。試求這 5 個圓的半徑長。



- 2-5 試求方程式 $\left[\frac{20}{x+18} \right] + \left[\frac{x+18}{20} \right] = 1$ 的解，其中 $[a]$ 表示不超過 a 的最大整數。

- 2-6 小綠傍晚放學後要從綠園站坐公車回家，而他有 A 與 B 兩條路線的公車可以搭乘。如果這兩條路線的公車在早上首班車抵達綠園站的時間都是隨機的，之後 A 路線公車固定每 20 分鐘來一班、 B 路線公車固定每 18 分鐘來一班。但因為小綠比較喜歡坐 A 路線公車，所以他在等車的前 5 分鐘，遇到 B 路線公車就不搭乘，遇到 A 路線公車才搭乘；但等車時間超過了 5 分鐘後，只要有 A 或 B 路線的公車來，他就會立刻搭乘。（若 A 、 B 路線公車同時來，則小綠會搭乘 A 路線公車。）
請問：小綠搭乘上 A 路線公車的機率為何？