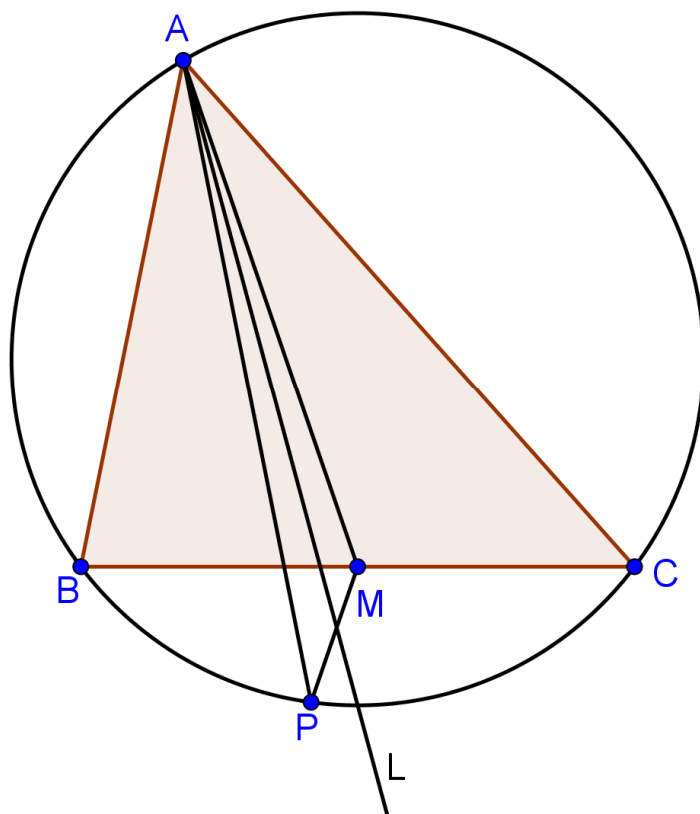


北一女中 105 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

第五期題目：

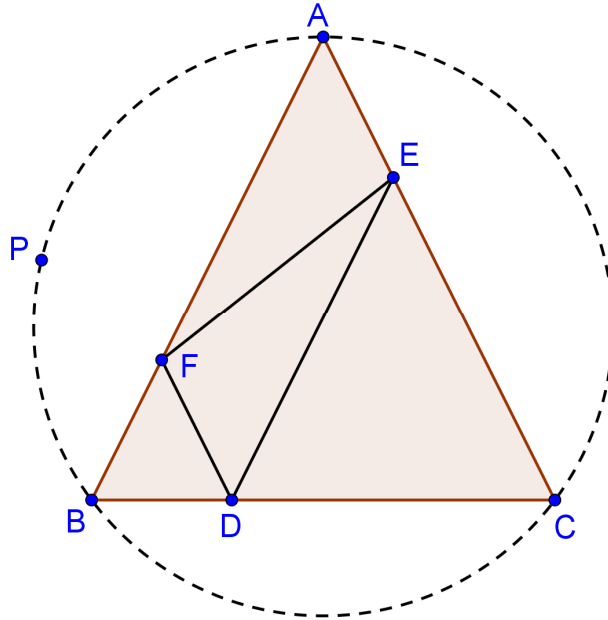
2017 年 05 月 04 日下午 1 點鐘截止

- 5-1 如下圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} < \overline{AC}$ 。假設 \overline{BC} 的中點為 M ，且 $\angle BAC$ 的角平分線為 L 。作 $\triangle ABC$ 的外接圓，且在 \widehat{BC} 上取一點 P ，使得 L 也平分 $\angle PAM$ 。請證明： $\angle BMP = \angle BMA$ 。



- 5-2 小青從正 17 邊形的頂點中任選 2 個去掉之後剩下 15 個頂點，小綠再從這 15 個點中任選 3 個點，並以線段互相連接後得到一個三角形。請證明：小綠得到等腰三角形的機率是固定的，與小青選取哪 2 個點無關。並求出小綠得到等腰三角形的機率。

- 5-3 如下圖，已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。分別在 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 各取一點 D, E, F ，使得 $AFDE$ 為平行四邊形。連接直線 EF ，再作 D 點對直線 EF 的對稱點 P 。
請證明： P 必定恰好落在 $\triangle ABC$ 的外接圓上。



- 5-4 小綠從 $1, 2, 3, \dots, 2017$ 這2017個正整數中挑出 n 個合數，使得這 n 個數兩兩互質。試求出 n 的最大可能值。(註：當正整數 n 大於1，且「除了1和 n 以外， n 還有其他的因數」，我們稱 n 為合數。)
- 5-5 小綠選取了2017個正整數，並將此2017個數圍成一圈，使得其中任意相鄰兩數的差，恰好與此二數的最大公因數相等。令這2017個數的乘積為 P 。
- (1) 試求出 P 的最小可能值。
 - (2) 假設第(1)小題的答案為 N ，
請證明：不論小綠怎麼選取，都必有 $N \mid P$ 。
- 5-6 已知實數 a, b, c, d 滿足 $ab + bc + cd = 1$ ，
試求出函數 $f(a, b, c, d) = (a^2 + ac + c^2)(b^2 + bd + d^2)$ 的最小值。