

北一女中 106 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

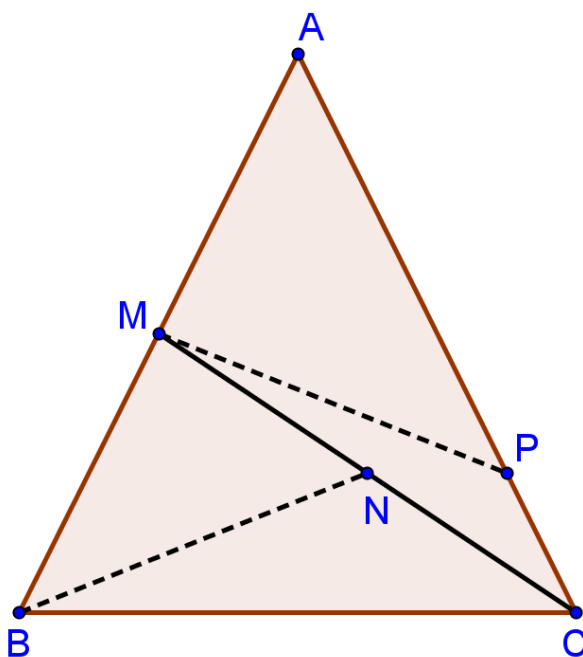
第三期題目：

2018 年 01 月 11 日下午 1 點鐘截止

3-1 令 $a = 2017^{2018} + 2018^{2017}$ 、 $b = 2018^{2018} + 2017^{2017}$ ，
請判別 a 、 b 的大小關係。

3-2 如下圖，已知等腰三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。取 \overline{AB} 中點 M ，連接 \overline{MC} ，
令 \overline{MC} 中點為 N 。再於 \overline{AC} 上取一點 P ，使得 $\overline{AP} = 3\overline{PC}$ 。

連接 \overline{MP} 、 \overline{BN} 。請證明： $\overline{MP} = \overline{BN}$ 。



3-3 (1) 已知 $x^4 - 21x^2 - 8x + 137 = (x - a)^2 + (x^2 - b)^2$ ，試求數對 (a, b)

(2) 已知 $f(x) = \sqrt{x^4 - 21x^2 - 8x + 137} - \sqrt{x^4 - 5x^2 + 9}$ ，

試求 $f(x)$ 的最大值，並求出使得 f 達到最大值的 x 值。

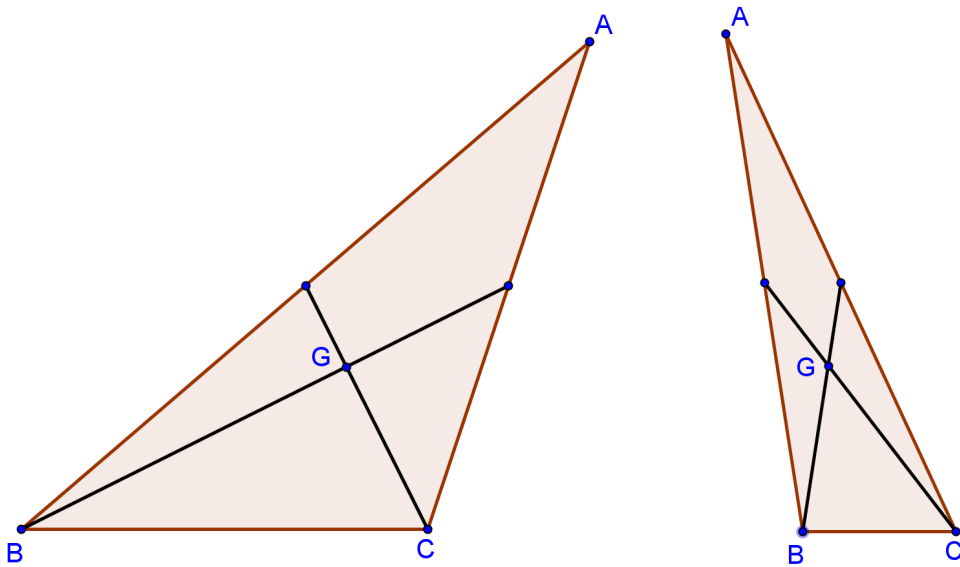
3-4 假設 α 為方程式 $x^{2017} + 2017x - 1 = 0$ 的最小正根；

β 為方程式 $x^{2017} - 2017x + 1 = 0$ 的最小正根。

請判別 α 、 β 的大小關係。

3-5 如下圖，已知 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，且 $\angle BGC \leq 90^\circ$ 。

請證明： $\overline{AB} + \overline{AC} > 3\overline{BC}$ 。



3-6 已知 x, y, z 均為正整數。

試求出所有滿足方程式 $3^x + 4^y = 5^z$ 的三元序對 (x, y, z) 。