

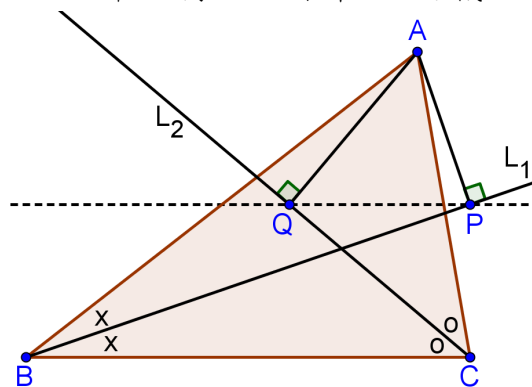
北一女中 106 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

第二期題目：

2017 年 11 月 23 日下午 1 點鐘截止

- 2-1 如右圖，平面上 $\triangle ABC$ 中，分別作 $\angle B$ 與 $\angle C$ 的內角平分線 L_1 與 L_2 。再過 A 點分別對 L_1 與 L_2 作垂線，垂足為 P 與 Q ，連接直線 PQ 。

請證明：直線 $PQ \parallel \overline{BC}$ 。

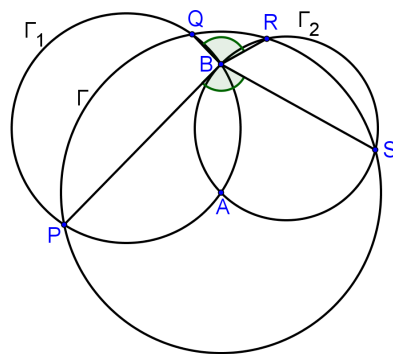


- 2-2 $f(x)$ 是定義於 \mathbb{R} 上的函數，且對於 $x \in \mathbb{R}$ ，均有 $f(x) + (x + \frac{1}{2})f(1-x) = 1$ 。試求出所有滿足上述條件的函數 $f(x)$ 。

- 2-3 已知正整數 m, n 都是四位數。某日，小綠要計算 m, n 的乘積，所以在紙上寫下了 $m \times n$ 。但是調皮的摩卡卻趁小綠不注意的時候偷偷把「 \times 」擦掉了，使得紙上留下了一個八位數。小綠發現這個八位數，恰好就是 $m \times n$ 答案的3倍。請問正整數 m, n 為何？

【註：如果 2017×1123 的「 \times 」被擦掉，就會變成20171123。】

- 2-4 如右圖，平面上兩圓 Γ_1, Γ_2 交於兩點 A, B 。以 A 為圓心再作一圓 Γ ，使得 Γ 與兩圓 Γ_1, Γ_2 依序交於 P, Q, R, S 四點。連接 $\overline{BP}, \overline{BQ}, \overline{BR}, \overline{BS}$ ，請證明： $\angle PBS = \angle QBR$ 。



- 2-5 已知 p, q, r 都是質數，且滿足 $p^q + q^p = r$ 。試求出所有滿足上述條件的三元序對 (p, q, r) 。

- 2-6 綠園中有一長廊，長度1000公尺。長廊上有 n 盞路燈，每盞路燈都恰好照亮了1公尺長的廊道（這1公尺的範圍是連續的），而這 n 盞路燈可以照亮整條長廊。但小綠發現，如果關閉任意1盞路燈，那麼長廊一定會有某個地方沒有被照亮。請問 n 的最大可能值為何？