

北一女中 104 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

第六期題目：

2016 年 06 月 13 日下午 1 點鐘截止

6-1 若方程式 $x^2 + ax + (b+1) = 0$ 的兩根均為正整數，請證明 $a^2 + b^2$ 不是質數。

6-2 請找出最大的正整數 n ，使得 2^n 整除 $5^{(2^{2016})} - 1$ 。

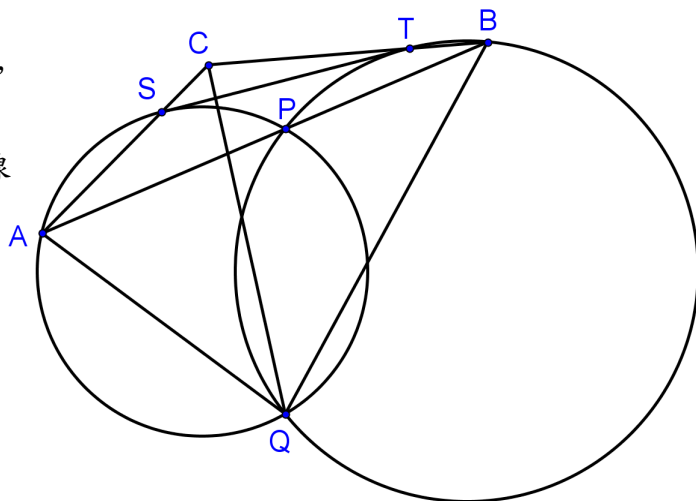
6-3 對於正整數 n ，定義 $d(n) = \lceil n \text{ 的各位數字和} \rceil$ ，例如 $d(613) = 6 + 1 + 3 = 10$ 。

現在考慮所有的三位正整數 n (即 $100 \sim 999$)，請問哪一個數會使得 $\frac{d(n)}{n}$ 的值最大？

6-4 如右圖，已知兩圓交於 P 、 Q 兩點，且直線 ST 為其外公切線，其中 S 、 T 為切點。過點 P 作一直線分別交兩圓於點 A 、 B ，連接直線 AS 、直線 BT ，

設此兩直線交於點 C ，連接 \overline{CQ} 。

請證明： $\angle CQA = \angle CQB$ 。



6-5 請找出滿足 $\begin{cases} x - yz = 11 \\ xz + y = 13 \end{cases}$ 的所有三元序對 (x, y, z) ，其中 x 、 y 、 z 均為整數。

6-6 假設在一圓周上依序有 16 個點 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{16}$ 。現在小綠想要以這 16 個點為端點，連接出兩兩不相交的 8 條弦，請問小綠有幾種不同的方法？