

## 北一女中 104 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

### 第五期題目：

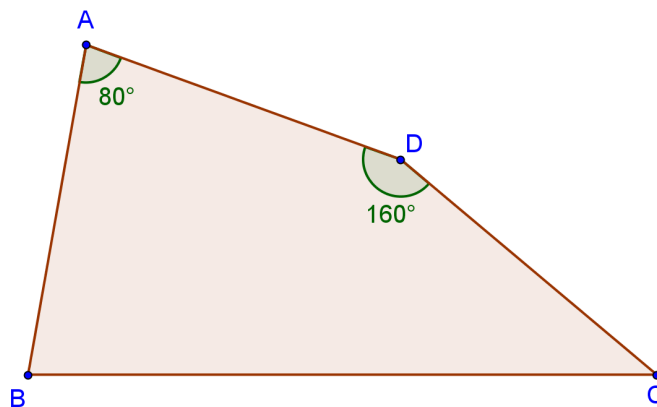
2016 年 04 月 29 日下午 1 點鐘截止

5-1 如右圖。四邊形  $ABCD$  中，

已知  $\overline{BA} = \overline{AD} = \overline{DC}$ ，

且  $\angle A = 80^\circ$ 、 $\angle D = 160^\circ$ ，

試求  $\angle B$  的大小（度數）。



5-2 請證明：對於所有的正整數  $k$ ，都存在正整數  $N$ ，使得  $N$  是  $2^k$  的倍數，且  $N$  的每一位數字都是 1 或 2。

5-3 小綠將 2016 個小石頭分成 5 堆，每堆小石頭都不超過 672 個。現在小綠每天都從 3 堆小石頭中各拿走 1 個，請證明：不論小綠一開始怎麼分堆，他總是可以恰好在第 672 天將小石頭一個不剩地拿光。

5-4 試找出所有的正整數數對  $(a, b)$ ，使得  $\frac{a^3 + b}{ab}$  也是正整數。

5-5 試找出所有滿足方程式  $x^2 + xy + y^2 + 3x + 6y + 6 = 0$  的整數數對  $(x, y)$ 。

5-6 已知綠綠班有 44 名學生。現在綠綠班要投票選班代，每位學生都是候選人。投票方法如下：對每位學生而言，他可以對每位候選人（包含自己）投出「同意」或「不同意」兩種選擇，而且同意票的票數沒有限制（意即他最多可以對全班 44 人都投下「同意票」）。  
假設從這 44 位學生之中任選 2 個人出來，都可以發現他們曾經投同意票給同一個人過，請證明：一定有人在這次選舉中得了 8 票以上。