

## 北一女中 102 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

### 第五期題目：

2014 年 05 月 02 日下午 1 點鐘截止

5-1 梯形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  且  $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 。請證明： $\angle A$  的內角平分線必定通過  $\overline{CD}$  的中點。

5-2 如果  $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{2013 \times 2014}$ 、  
 $T = \frac{1}{1008 \times 2014} + \frac{1}{1009 \times 2013} + \frac{1}{1010 \times 2012} + \dots + \frac{1}{2014 \times 1008}$ ，  
試求  $\frac{S}{T}$  之值。

5-3 對於任意給定的 54 個相異正整數，證明其中必存在  $a, b, c, d$  四個相異正整數，滿足  $(a-b)(c-d)$  為 2014 的倍數。

5-4 如果把非零循環小數  $0.\overline{abc}$ （其中  $a, b, c$  分別代表十分位數字、百分位數字以及千分位數字，亦即都是 0 至 9 的數字）化為最簡分數，則分子有幾種不同的可能值？

5-5 已知  $n$  是大於 1 的正整數。若  $997n$  的各位數字都是奇數，則  $n$  的最小值為何？

5-6. 一圓周上有 101 個相異點。若小綠從其中一點為起點開始畫弦，一筆畫連接了 101 條弦（每一條弦都是以這 101 個點為端點）後回到原起點。一筆畫的過程中，每個點都只通過一次。則小綠畫出來的弦在圓內最多可以有幾個交點？