

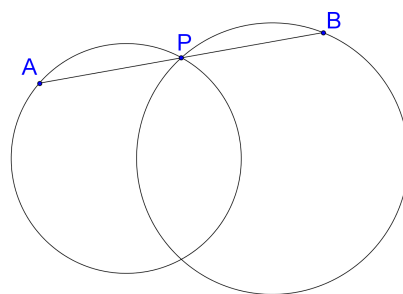
# 北一女中 103 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

第一期題目：

2014 年 10 月 09 日下午 1 點鐘截止

1-1 試解聯立方程式 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5} \end{cases}$$
 的實數解。

- 1-2 平面上圓  $\Gamma_1$  半徑為 11、圓  $\Gamma_2$  半徑為 13，且兩圓圓心距離為 14。已知  $P$  為此兩圓的交點之一，過  $P$  點作一直線  $L$  分別與  $\Gamma_1$  交於點  $A$ 、與  $\Gamma_2$  交於點  $B$ 。



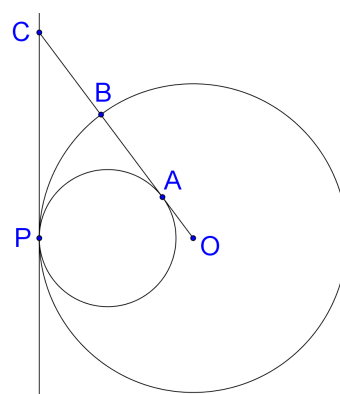
若恰好有  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，試求  $\overline{PA}$  的長度。

- 1-3 試求所有的正整數  $n$ ，使得  $n+16$  與  $16n+1$  都是完全平方數。

- 1-4 如果正整數  $m, n$  (其中  $m < n$ ) 使得  $\frac{m}{n}$  化為小數的小數點後四位為 2014，即

$$\frac{m}{n} = 0.2014\cdots, \text{ 試求分母 } n \text{ 的最小值。}$$

- 1-5 如圖，平面上小圓  $C_1$  與一大圓  $C_2$  內切於點  $P$ ，且令其公切線為  $\ell$ 。過  $C_2$  的圓心  $O$  作  $C_1$  一條切線，設此切線與  $C_1$  切於點  $A$ 、與  $C_2$  交於點  $B$ 、與  $\ell$  交於點  $C$ ，其中點  $B$  在  $A$ 、 $C$  之間。



若圓  $C_2$  的半徑為 9 且  $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，試求  $\overline{OA}$  的長度。

- 1-6 已知  $a, b$  都是不超過 100 (即  $a, b \leq 100$ ) 的正整數。如果小綠已經知道滿足  $a < \sqrt{2}b < 2a$  的正整數組  $(a, b)$  共有 2958 組，則滿足  $\sqrt{2}b < a$  的正整數組共有幾組？