

# 北一女中 102 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年良班 座號：30 號 姓名：簡裕山

題號：4-1 頁碼/總頁數：1/6 (如果只有一頁，可不填)

$$1^\circ \text{ 設 } a^2 + b = c^2, \text{ 則 } b = \frac{c^2 - a^2}{2}, a^2 + b = \frac{c^2 + a^2}{2} = \frac{c^2 + 2ac + a^2 + c^2 - 2ac + a^2}{4} = \frac{(c+a)^2 + (c-a)^2}{4}$$
$$= \left(\frac{c+a}{2}\right)^2 + \left(\frac{c-a}{2}\right)^2$$

2° 因  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $b = \frac{c^2 - a^2}{2}$ , 故  $c, a$  必同為偶數或奇數  $\Rightarrow c+a, c-a$  必為偶數,  $\frac{c+a}{2}, \frac{c-a}{2} \in \mathbb{Z}$

$$3^\circ a^2 + b = \left(\frac{c+a}{2}\right)^2 + \left(\frac{c-a}{2}\right)^2 \text{ 得證}$$

10