

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 83 分) 卷(一)紅色為更正
一、單選題：(18 %)

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題均計分。每題選出最適當的選項，標示在答案卡上。每題答對得 8 分，答錯不倒扣。

1. 設 $a = \sqrt{5}^{\sqrt{5}}$ ，($\sqrt{5} = 2.236$ ， $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 7 = 0.8451$)，

則 a 的整數部分為何？

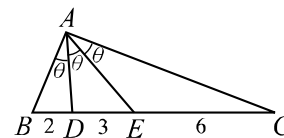
- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7.

2. 設 $z_1 = -1+i$ ， $z_2 = (z_1)^3$ 。令 z_1 ， z_2 在複數平面上所對應的點分別為 P_1 ， P_2 。

若 O 表原點，則 $\triangle OPP_2$ 之面積為何？

- (1) 2 (2) $\frac{5}{2}$ (3) 5 (4) $\frac{15}{2}$ (5) 10.

3. 已知 $\triangle ABC$ 中 (如右圖) \overline{AD} ， \overline{AE} 三等分 $\angle BAC$ ，且 \overline{BD} ， \overline{DE} ， \overline{EC} 的長分別為 2, 3, 6，求 $\triangle ABC$ 的最短邊長為



- (1) $2\sqrt{10}$ (2) 6 (3) 11 (4) $6\sqrt{6}$ (5) $3\sqrt{6}$.

二、多選題：(40 %)

說明：第 4 至 8 題為單選題，每題均計分。每題選出最適當的選項，標示在答案卡上，每題答對得 8 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 4 分，錯兩個以上不給分。

4. 若 $0 < x < y$ 且 $\log x + \log y = 5$ ， $\log x \cdot \log y = 2$ ，則

- (1) $\log x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ (2) $xy = 100$ (3) $4 < y < 5$
(4) $\log y$ 之首數為 4 (5) y 之整數部分為 5 位數.

5. 若 $a_n = \begin{vmatrix} n & n+1 & 0 \\ n+2 & n+1 & n+2 \\ n+2 & 0 & n+2 \end{vmatrix}$ ， $\forall n \in \mathbf{N}$ ，則

- (1) $a_1 = 6$ (2) $a_{99} = 999900$ (3) $a_n = n(n+1)(n+2)$
(4) $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n} = \frac{65}{264}$ (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} = \frac{1}{4}$.

6. 若 A 、 B 、 C 均為二階方陣， I_2 為二階單位方陣， O_2 為二階零矩陣，

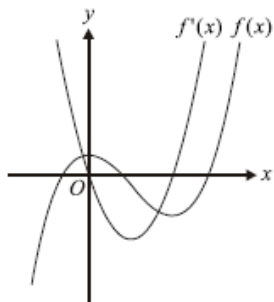
- ① $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.
- ② 若 $AB = O_2$ ，且 $\det(A) \neq 0$ ，則 $B = O_2$.
- ③ 若 $k \in \mathbf{R}$ ，則 $\det(kA) = k \det(A)$.
- ④ $(AB)^T = A^T B^T$ ，其中 A^T 為 A 矩陣的轉置矩陣.
- ⑤ 若 $AB = AC$ ，且 $\det(A) \neq 0$ ，則 $B = C$.
- ⑥ $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$ ，其中 A^{-1} 為 A 矩陣的乘法反矩陣.

試問上列性質何者為真？

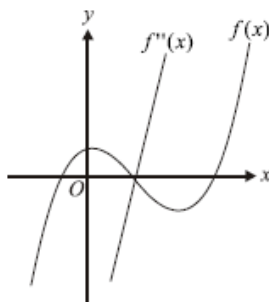
- (1) ② 為真 (2) ③ ④ 為真 (3) ⑥ 為真 (4) ② ⑤ 為真 (5) ③ ⑥ 為真.

7. 下列圖形中，關於三次多項式函數 $f(x)$ 與其一階導函數 $f'(x)$ 、二階導函數 $f''(x)$ 的相對位置，何者是合理的？

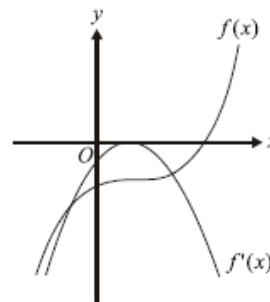
(1)



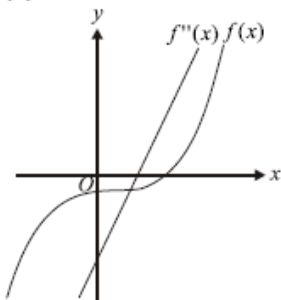
(2)



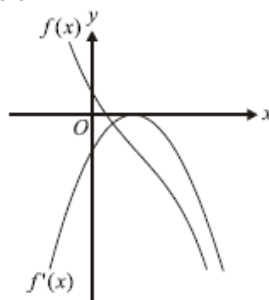
(3)



(4)



(5)



8. 設函數 $f(x) = x^3 - 2x^2 \int_0^2 f(t) dt + 9x - \frac{3}{2}$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $\int_0^2 f(t) dt = -3$
- (2) $f(x)$ 在 $x=1$ 處有水平切線
- (3) 方程式 $f(x)=0$ 恰有一個實根
- (4) 函數 $f(x)$ 沒有極值
- (5) 點 $(2, f(2))$ 為 $y = f(x)$ 圖形的反曲點

三、選填題：(24%)

說明：1. 第 A 至 E 題，將答案標示在答案卷之「解答欄」所標示的列號(7~20).
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在空間中，點 P 在 x 軸上移動，點 Q 在直線 $L: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{4}$ 上移動，求 \overline{PQ} 的最小值為 $\frac{\sqrt{7}}{8}$.

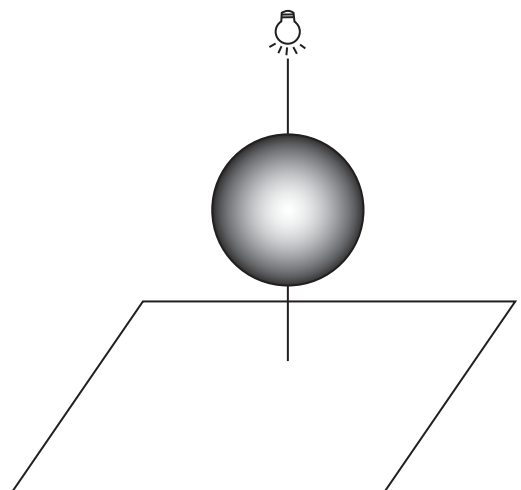
B. 98 年全國壯年網球排名賽 35 歲組單打賽共三十二枝籤（共 32 名選手參賽），每名選手勢均力敵，若進入 16 強可得 3 分的積分，進入 8 強可得 5 分的積分，進入 4 強可得 10 分的積分，進入冠亞軍賽可得 15 分的積分，得冠軍者可得 20 分的積分，試問每位選手拿到的積分之期望值為 $\frac{89}{1011}$.

C. 若 $f(x)$ 為多項式，且滿足 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^3}{x^2} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -3$ ，若 e 為 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘數， $h = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ ，求 $e+h = 13, 14$.

D. 某位 SBL 籃球明星打了一整年的比賽，球評記錄他每一場各項攻防，統計後當他投進一球後，下一球投進機率是 0.8，若不進時，則下一球投進機率是 0.7，就長期而言，他的進球命中率 = $\frac{14}{15}$.

第貳部分：非選擇題 (18 %)

一、 有個長方形木板長 15 公寸、寬 12 公寸，正上方放置一顆球體，此球體表面的點離木板高度最低為 3 公寸、最高為 9 公寸，若在此球的正上方放置一個光源照射，但球體下的陰影不可超出木板邊界，試問光源離木板至少多少公寸？（8 分）



二、 $\Gamma: y = f(x) = x^3$ ，直線 L 過點 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 且和 Γ 相切，

(1) 若 L 和 Γ 圍成區域 R ，求 R 之面積 (5 分)

(2) 若 $(x, y) \in \Gamma$ ， $-2 \leq x \leq 1$ ，求 $3x - y$ 之最大值與最小值 (5 分)