

北一女中數學挑戰甄選題（第九期）

- 一、數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中任意一個 n ， $a_n = 11 \cdots 122 \cdots 2$ ，（即 a_n 為 n 個 1 之後之後 n 個 2 形成的 $2n$ 位整數），證明： a_{2002} 是兩個連續整數之積。
- 二、函數 f 為定義於自然數集 N 的實值函數。若任意正整數 x 、 y ，恆有 $f(f(x) + f(y)) = x + y$ ，求 $f(2002)$ 之值。
- 三、設圓的內接 12 邊形有六條邊長為 a ，六條邊長為 b ，求此 12 邊形的面積。
- 四、設銳角 $\triangle ABC$ 的三條角平分線 \overline{AP} 、 \overline{BQ} 、 \overline{CR} 交三邊於 P 、 Q 、 R 、 D 為 $\triangle ABC$ 內部一點。證明： D 在 $\triangle PQR$ 的邊上（除頂點外）的充要條件是 D 到 $\triangle ABC$ 的一邊的距離等於 D 到另二邊的距離和。